

MATEMÁTICAS NM

Bandas de calificación de la asignatura

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-18	19-36	37-52	53-62	63-73	74-83	84-100

Variantes regionales de las pruebas de exámenes

Con el fin de proteger la integridad de los exámenes, se está haciendo cada vez más uso de las variantes regionales de las pruebas. El uso de estas variantes del mismo examen implica que los estudiantes de una región del mundo no siempre estarán rindiendo la misma prueba que los estudiantes de otras regiones. Se aplica un riguroso proceso para garantizar que las pruebas sean comparables en cuanto a su nivel de dificultad y al contenido que evalúan, y se toman medidas para asegurar la aplicación de los mismos estándares en la evaluación de los exámenes correspondientes a las diferentes versiones de las pruebas. Para la convocatoria de mayo de 2012, el BI ha elaborado variantes regionales de las pruebas de Matemáticas NM.

Evaluación interna

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-7	8-13	14-19	20-23	24-28	29-33	34-40

Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La inmensa mayoría de los colegios presentó carpetas tomadas del conjunto vigente de tareas prescritas por el BI. Solo unos pocos presentaron tareas anteriores y, de acuerdo con la política en vigencia, se les aplicó una penalización. En algunos casos, se entregaron tareas anteriores provenientes de fuentes del BI. Por tratarse de tareas ya caducas, también se les aplicó una penalización. En unos pocos casos, los colegios o los profesores presentaron tareas anteriores, a las que les habían hecho mínimas modificaciones. Es importante tener en cuenta que las tareas que se parecen demasiado a versiones anteriores del *Material del ayuda al profesor* serán pasibles de sanción. Los poquísimos casos en que los profesores utilizaron tareas diseñadas por ellos mismos o por un tercero demostraron la importancia de analizar las tareas antes de usarlas, para evaluar su grado de adecuación a los criterios de evaluación. A menudo, los estudiantes se vieron perjudicados, porque el

diseño de la tarea no les permitía alcanzar un buen rendimiento en los niveles más altos de algunos criterios.

Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Criterio A:

Luego de años de publicar informes de asignatura en los que se identifican temas relacionados con el mal uso de la notación, uno creería que debería resultar bastante sencillo que la mayoría de los alumnos pudieran alcanzar el nivel A2, sin mayor dificultad. Sin embargo, persiste una falta de rigor con respecto al uso correcto de la notación y la terminología apropiadas, que ha resultado en que la mayoría de los alumnos obtuvieran A1. Preocupa especialmente la persistencia del uso de notación propia de la calculadora y la ausencia de un símbolo adecuado para denotar “aproximadamente igual a” para los valores redondeados. En las tareas de modelización, es preciso marcar alguna distinción entre funciones que representan modelos diferentes. Los alumnos utilizan ‘y’ para prácticamente todas las funciones, sin tener en cuenta la ambigüedad que esto puede llegar a generar.

Criterio B:

Los alumnos que alcanzan mayor éxito son aquellos que presentan la tarea de forma clara y organizada, y dan muestras de haber entendido que se trata de un texto matemático, más que de un conjunto de ejercicios de deberes; presentan buenas gráficas como parte de la explicación, con un rotulado correcto y comentarios que explican o fundamentan el análisis o los resultados. Los diagramas mal dibujados entorpecen la comunicación efectiva de las ideas que se supone deben sustentar.

Criterio C:

Tipo I:

Si bien hay algunos alumnos que entregan análisis elegantes, otros tantos presentan resultados que salen de la nada, con poca o ninguna explicación que los fundamente. La presentación de resultados que no vienen acompañados de un análisis adecuado y suficiente no puede alcanzar una buena puntuación en el criterio C. Además, una vez conjeturada una proposición general, se debe comprobar su validez mediante el uso de nuevos valores y cotejarla con el patrón matemático original.

Tipo II:

Los trabajos de mejor calidad presentaban definiciones claras de las variables y algún tipo de investigación de los parámetros y las restricciones. Debería seguirle a esto un desarrollo analítico, en el que el alumno utilice su conocimiento matemático para proponer y desarrollar posibles modelos. Solo entonces pueden utilizarse técnicas de regresión para fundamentar o refinar el mejor modelo hallado. Hay demasiados alumnos que dependen de la calculadora o la computadora para generar modelos de regresión que pueden ser considerados, para luego analizar el mejor modelo en forma analítica. Esto echa por tierra el propósito del criterio. Además, a pesar de saber que ciertas situaciones de la vida real tienden a comportarse

conforme a determinadas funciones, muchos alumnos intentan en primer lugar ajustar los datos a un modelo lineal. Dado que la sola presentación de un modelo lineal no condice con el nivel del programa, los alumnos no pueden alcanzar una buena puntuación a menos que luego hayan explorado, con suficiente análisis, un modelo no lineal. Se espera que los alumnos extiendan su modelo para abarcar más datos; estos han sido proporcionados en las tareas del BI. Deben realizar comentarios acerca del ajuste del modelo original a los nuevos datos, y esto satisfaría el nivel C5. La modificación del modelo se contempla en el criterio D.

Criterio D:

Tipo I:

En general, los alumnos pudieron formular con éxito algún tipo de proposición general, para satisfacer al menos el nivel D2. Los profesores deben observar que la notación de sumatoria no representa, necesariamente, una proposición general. Más bien, el uso de Σ puede solamente brindar una expresión abreviada de parte del análisis que podría conducir a la proposición general adecuada. El alcance y las limitaciones pueden parecer obvios, pero el alumno es responsable por explorar muchos valores posibles, para verificar que las limitaciones y el alcance propuestos son efectivamente correctos. Si bien una progresión puede sugerir que n es obviamente un número entero, ¿queda claro que n comienza en 1, o en 0, o puede, a pesar de todo, ser negativo? El trabajo de mejor calidad considera críticamente el patrón de comportamiento y busca analizar el comportamiento, de manera de poder explicar el resultado. Raramente se logró el nivel D5.

Tipo II:

En general, todos los alumnos obtuvieron resultados que se ajustaban bien, o no tan bien, a los datos, alcanzando así los niveles más bajos del criterio D. Los niveles más altos del criterio D requieren interpretación contextualizada, exploración y discusión acerca de cómo el modelo contempla la realidad de la situación. Con demasiada frecuencia, la interpretación se centró en los aspectos matemáticos de la función (pendiente, asíntotas, intersecciones con los ejes, etc.), en lugar de en el significado subyacente de estos aspectos (razón de crecimiento, comportamiento y limitaciones en el largo plazo, valores iniciales, etc.). La precisión también es un tema a considerar aquí; ¿en qué punto puede considerarse que el modelo es lo suficientemente eficiente como para representar razonablemente bien la situación? En última instancia, el trabajo debe considerar cuán bien se ajusta el modelo original a otros casos, y cómo puede adaptarse ese modelo original, para lograr un mejor ajuste. Los alumnos no deberían crear un modelo totalmente nuevo para llegar al nivel D5.

Criterio E:

A pesar de que diversos tipos de *software* han provisto oportunidades para que los alumnos hagan un uso creativo y efectivo de los recursos tecnológicos, tales medios no siempre han sido utilizados eficazmente. Además, los profesores han dado poca información con respecto a la disponibilidad y las expectativas relativas a la tecnología. Muchas puntuaciones de E3 carecían de sustento, ya fuera en el trabajo presentado o en suficiente evidencia provista a través de los comentarios de los profesores. En estos casos, es muy difícil para los moderadores confirmar las puntuaciones más altas. Los alumnos deben entender que

“contribuye a un mejor desarrollo de la tarea” requiere más que una simple copia impresa de lo producido con el *software*. Los gráficos de buena calidad serán aquellos que exploren los valores extremos o muestren ampliaciones de los intervalos críticos; que cotejen varias funciones, con la intención de comparar la calidad del ajuste o del comportamiento en el largo plazo; que, en las hojas de cálculo, extiendan los cálculos, para demostrar claramente cómo extender los patrones de los resultados a casos adicionales; que presenten los modelos de regresión como apoyo de los analíticos; que incluyan comentarios adecuados para explicar el valor de cada gráfica o tabla, destacando así el producto presentado.

Criterio F:

Justificadamente, la mayoría de las tareas obtuvieron la puntuación F1, dando cuenta así de que el trabajo satisfacía razonablemente bien los requerimientos de la tarea. Los profesores deben procurar no evaluar cada tarea con respecto a la norma de la clase. Más bien se deben atener a los estándares de excelencia absolutos que quedan determinados por sus esquemas de corrección y que identifican las características esperadas en un trabajo digno de una puntuación de F2. Y a la inversa, F0 debería usarse solamente en los casos en los que el trabajo resulta claramente inadecuado en relación con lo esperado. Factores tales como una entrega tardía o la desprolijidad no deberían contribuir, por sí solos, al otorgamiento del nivel F0.

Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Se debe enseñar a los alumnos la notación matemática apropiada y alentarlos a utilizarla siempre. Los profesores pueden servirles de modelo, presentando buen uso de notación en sus tareas y evaluaciones. También se les debería pedir a los alumnos que escriban las respuestas a los problemas en forma de oración bien redactada, para que aprendan a escribir en un estilo más parecido al que se pretende para las tareas de la carpeta. Se sugiere proponer preguntas que apunten al desarrollo de una proposición general y a la verificación de la validez de la misma. Este tipo de pregunta puede fomentar la discusión acerca del alcance y las limitaciones, y dar lugar al desarrollo de explicaciones que fundamenten la proposición. En las tareas de modelización, se les debería recordar a los alumnos que determinadas funciones se ajustan a determinados comportamientos en la representación gráfica y a determinadas situaciones en la vida real. No resulta útil considerar funciones modelo que son inadecuadas. Una vez que se han desarrollado los modelos, sería útil presentar una discusión exhaustiva de las posibles interpretaciones y modificaciones. El uso creativo y eficaz de la tecnología debe ser explorado en el aula, y no librado al criterio exclusivo del alumno. En general, la producción de hojas y hojas de material impreso no enriquece el trabajo. Los profesores podrían también enseñarles a los alumnos a usar las plantillas matemáticas del procesador de texto. Por sobre todo, los profesores les deben explicar a sus alumnos cada uno de los criterios de evaluación.

Comentarios adicionales

Se recuerda a los profesores que a los moderadores les resulta fundamental contar con las resoluciones de las tareas, para entender mejor la evaluación del profesor. Los comentarios escritos directamente en el trabajo corregido también pueden aclarar por qué se otorgó

determinada puntuación y dónde se aplicaron penalizaciones. También puede resultar de ayuda el incluir breves comentarios en el formulario 5/PFCS. Los profesores deberían leer los informes de asignatura y los formularios de devolución (“feedback forms”) de años anteriores, para tener mejor idea de los aspectos a los que deben prestar atención en la presentación de las tareas de carpeta. En este sentido, la mejor forma de desarrollo profesional es que los profesores se conviertan ellos mismos en moderadores.

Prueba 1

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-17	18-34	35-51	52-60	61-70	71-79	80-90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- uso del teorema del binomio con un exponente general
- análisis de funciones circulares
- probabilidad condicional y probabilidad de sucesos compuestos
- transformaciones de funciones
- comprensión de la gráfica de una función
- ecuaciones de rectas paralelas a los ejes

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Fue gratificante comprobar que la mayoría de los alumnos pudo abordar cada una de las preguntas de manera lógica y que la mayoría de los alumnos obtuvo al menos algunos puntos en casi todas las preguntas que resolvieron. Los alumnos demostraron estar bien preparados y tener buen conocimiento en las siguientes áreas:

- funciones inversas y compuestas
- resolución de ecuaciones cuadráticas
- probabilidad elemental y diagramas arbolares
- uso de la regla del cociente para hallar derivadas
- integración de polinomios elementales

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1

En términos generales, esta pregunta fue bien resuelta por los alumnos. En el apartado (a), un número sorprendente de alumnos halló la posición correspondiente a la mediana (la frecuencia acumulada) en el eje y , pero no halló la puntuación correspondiente en el eje x . Algunos alumnos demostraron una falta de comprensión similar en el apartado (b), cuando intentaban hallar el rango intercuartil.

Pregunta 2

Esta pregunta fue bien resuelta por casi todos los alumnos. En el apartado (b), algunos no parecían estar familiarizados con la notación de composición de funciones, e intentaron hallar el producto de las funciones en lugar de la composición, y hubo unos pocos que hallaron la función compuesta, pero no reemplazaron $x = 1$ para hallar el valor pedido.

Pregunta 3

En el apartado (a), muchos alumnos escribieron bien el valor de a , como pedían las instrucciones, luego de analizar la gráfica y ver que la amplitud de la función era de 3. Muchos emplearon una fórmula para llegar al resultado correcto. Al buscar el valor de b , hubo muchos alumnos que pensaban que b era el período de la función, en lugar de $\frac{2\pi}{\text{período}}$.

En el apartado (b), el enunciado pedía que los alumnos escribieran la pendiente de la curva en el punto mínimo relativo P . Sin embargo, muchos alumnos invirtieron una buena cantidad de tiempo en derivar la función para luego hallar el valor de la derivada en el valor dado de x , en lugar de simplemente decir que la pendiente de la curva en un punto mínimo es cero.

Para el apartado (c) (hallar la ecuación de la normal a la curva), muchos alumnos trataron de trabajar con ecuaciones algebraicas que incluían pendientes recíprocas negativas, en lugar de reconocer que la ecuación de la recta vertical era $x = 2$. Hubo también alumnos a los que les costó expresar correctamente la ecuación de una recta paralela al eje y .

Pregunta 4

La mayoría de los alumnos obtuvo la puntuación máxima en esta pregunta. En el apartado (b), un pequeño número de alumnos no usó la fórmula apropiada para $E(X)$, a pesar de que viene dada en el cuadernillo de fórmulas. Hubo también algunos alumnos que supusieron, incorrectamente, que $p = 0$, olvidando que la suma de las probabilidades debe ser 1. Hubo algunos alumnos que dejaron esta pregunta en blanco, lo cual genera preocupación en cuanto a si habían sido expuestos al tema de distribuciones de probabilidad durante el curso.

Pregunta 5

En el apartado (a) de esta pregunta, una gran cantidad de alumnos dibujó bien la gráfica de $f(-x)$, tal como se pedía. Un error bastante común, sin embargo, fue el de graficar $-f(x)$. En el apartado (b), muchos alumnos parecían saber que el valor de a estaba relacionado con un estiramiento vertical, aunque algunos omitieron el signo negativo requerido para la simetría vertical. Asimismo, algunos alumnos dieron un valor positivo para b .

Pregunta 6

La mayoría de los alumnos encaró bien esta pregunta, usando el discriminante, y muchos hallaron con éxito los dos valores pedidos de k . Parece haber habido algo de confusión con respecto a la expresión “dos soluciones reales **iguales**”, puesto que algunos alumnos abordaron la pregunta como si la ecuación hubiera tenido dos soluciones reales distintas, utilizando $b^2 - 4ac > 0$, en lugar de $b^2 - 4ac = 0$.

Hubo también un buen número que reconoció que la cuadrática debía ser un cuadrado perfecto, aunque muchos de los que usaron este método hallaron solo uno de los dos valores posibles de k . Además, hubo muchos alumnos que intentaron, infructuosamente, utilizar la fórmula cuadrática completa, como si estuvieran resolviendo en x , dando muestras de no haber comprendido el significado del discriminante.

Pregunta 7

Esta pregunta le resultó bastante difícil a la mayoría de los alumnos, aunque hubo un reducido número que pudo hallar el valor correcto de n , utilizando métodos algebraicos y de investigación. Si bien casi todos los alumnos se dieron cuenta de que debían aplicar el teorema del binomio, la mayoría no parecía tener idea de cómo hacerlo cuando el exponente era una variable, n , en lugar de un entero conocido. La mayoría de los alumnos que resolvieron esta pregunta desarrollaron bien la cuadrática, pero muchos no supieron cómo seguir, o simplemente igualaron el término en x de la cuadrática a $84x$, haciendo caso omiso del desarrollo del primer binomio.

Pregunta 8

En el apartado (a), casi todos los alumnos reconocieron que h y k eran las coordenadas del vértice de la parábola, y la mayoría pudo comprobar con éxito que $a = 3$. Lamentablemente, algunos alumnos no entendieron el término “compruebe que” y simplemente verificaron que el valor $a = 3$ podría funcionar, en lugar de mostrar cómo se llega a $a = 3$.

En el apartado (b), la mayoría de los alumnos pudo hallar $f(x)$ en la forma pedida. En el caso de algunos alumnos, los errores algebraicos les impidieron hallar la función correcta, a pesar de estar trabajando con los valores correctos de a , h y k .

En el apartado (c), casi todos los alumnos sabían que debían integrar para hallar el área, pero los errores en la integración y en el manejo algebraico y aritmético les impidieron a muchos obtener el área correcta.

Pregunta 9

El apartado (a) de esta pregunta fue bien resuelto por la inmensa mayoría de los alumnos. Algunos no siguieron la instrucción de copiar y completar el diagrama arbol en la hoja de respuestas y simplemente completaron los espacios en blanco en la hoja de preguntas del examen.

En el apartado (b), muchos alumnos tuvieron dificultades para hallar la probabilidad compuesta y no utilizaron adecuadamente la información provista. Unos cuantos alumnos parecían no tener claro cuándo debían sumar las probabilidades y cuándo multiplicarlas.

En el apartado (c), muchos reconocieron que la pregunta involucraba una probabilidad condicional y muchos intentaron utilizar la fórmula del cuaternillo, pero no se dieron cuenta de que ya habían hallado los valores necesarios para el numerador y el denominador, en la resolución del apartado (b).

A lo largo de toda esta pregunta, fue desalentador comprobar que una gran cantidad de alumnos cometía errores aritméticos. Un número sorprendente multiplicó incorrectamente las fracciones o llegó a valores incorrectos para multiplicaciones sencillas, tales como $2 \times 4 = 6$ o $6 \times 7 = 43$.

Pregunta 10

Si bien la mayoría de los alumnos resolvió bien el apartado (a), algunos no presentaron un desarrollo lo suficientemente detallado como para una pregunta del tipo “compruebe que”. Un número muy reducido de alumnos no siguió la instrucción de usar la regla del cociente.

En el apartado (b), la mayoría de los alumnos sabía que debía resolver la ecuación $f'(x) = 0$, y muchos resolvieron la pregunta con éxito. Sin embargo, algunos alumnos o no hallaron los dos valores de x , o cometieron errores algebraicos en la resolución. Un error común fue obtener una sola solución para $x^2 = 1$; otro fue igualar el denominador a cero, en lugar del numerador.

En el apartado (c), un número significativo de alumnos parecía creer que la recta $y = k$ era una recta vertical e intentó hallar las asíntotas verticales. Otros intentaron hallar una asíntota horizontal. Afortunadamente, hubo igualmente una buena cantidad de alumnos intuitivos que vieron la conexión con la gráfica y con el apartado (c) y se dieron cuenta de que la recta horizontal debía pasar por el espacio entre el mínimo relativo dado y el máximo relativo que habían hallado en el apartado (b).

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

Se les debería dar a los alumnos la oportunidad de familiarizarse con el estilo del examen, a través de la ejercitación con exámenes de años anteriores y del trabajo en condiciones de tiempo acotado. Da la impresión de que algunos alumnos les dedicaron demasiado tiempo a las primeras preguntas y luego se vieron apremiados por el tiempo en las demás preguntas del examen. Además, se debería alentar a los alumnos a detenerse a pensar acerca de lo

que pide la pregunta y buscar pistas dentro de la información dada. Con demasiada frecuencia, vemos que los alumnos buscan un método basado en una fórmula, cuando el método intuitivo es mejor y más rápido. Esto ocurrió a menudo en las preguntas 3(b) y (c), en la pregunta 9(c) y en la pregunta 10(c).

Los alumnos también deben conocer los diferentes términos de examen y los requerimientos de cada uno de ellos. Por ejemplo, en la pregunta 3(b), el término era “escriba”, y la respuesta valía solo un punto. Sin embargo, fue obvio que muchos alumnos le dedicaron muchísimo tiempo a esta pregunta. Otro ejemplo es el de 8(aii), donde el término de examen era “compruebe que” y sin embargo, algunos alumnos no mostraron cómo llegar a $a=3$, sino que desarrollaron la comprobación en sentido inverso, partiendo del resultado dado.

Como siempre, se debería alentar a los alumnos a mostrar todos sus procedimientos de manera prolija y organizada. Sea correcta o incorrecta la respuesta final, es mucho más fácil para los examinadores otorgar puntos por un método correcto cuando el desarrollo resulta fácil de seguir y no está diseminado por toda la hoja. Si se comete un error, lo mejor es trazar una “X” o una línea que atravesase el trabajo que no se quiere presentar.

Prueba 2

Bandas de calificación del componente

Calificación final:	1	2	3	4	5	6	7
Puntuaciones:	0-16	17-32	33-44	45-53	54-62	63-71	72-90

Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

Casi todos los alumnos intentaron resolver todas las preguntas del examen, aunque en el caso de algunos colegios, hubo algunas áreas del programa que parecen haberles resultado difíciles a los alumnos:

- Probabilidad binomial y condicional.
- Preguntas que piden “compruebe que”.
- Álgebra matricial.
- Regla de la cadena.
- Ecuación vectorial.
- Dibujar una función adecuadamente y con precisión.

- Cinemática como aplicación del cálculo.
- Reconocer la necesidad de usar la calculadora gráfica para resolver ecuaciones.

Áreas del programa y del examen en que los alumnos demostraron estar bien preparados

Un número significativo de alumnos demostró tener buena comprensión de los siguientes temas:

- Ángulo entre dos vectores.
- Trigonometría – resolución de triángulos.
- Hallar la inversa de una matriz utilizando la calculadora gráfica.
- Distribución normal.
- Diagramas de vectores y manejo de vectores.

Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Pregunta 1: Trigonometría del triángulo

La resolución de esta pregunta fue satisfactoria. Se aplicó satisfactoriamente el teorema del seno en el apartado (b), pero algunos obtuvieron una respuesta incorrecta, como consecuencia de haber trabajado con la calculadora en modo radián. Se vieron algunas sustituciones incorrectas, ya sea por elegir el lado equivocado o por tomar 70° en lugar de $\sin 70^\circ$. Se aplicaron métodos que combinaban el teorema del coseno y/o trigonometría del triángulo rectángulo, especialmente en el apartado (c), para calcular el área del triángulo.

Algunos alumnos hallaron primero la altura, para luego utilizar la fórmula del área de un triángulo rectángulo.

Pregunta 2: Derivación

Muchos alumnos no aplicaron la regla de la cadena para hallar la derivada correcta, y algunos utilizaron, erróneamente, la regla del producto. Sin embargo, muchos de estos obtuvieron luego la puntuación máxima en el apartado (b), por aplicación del criterio de arrastre de error, sobre la base de la gráfica de la función hallada en (a).

La mayoría de los alumnos dibujó una gráfica que tenía, aproximadamente, la forma correcta dentro del dominio dado, aunque algunos no se dieron cuenta de que debían trabajar con la calculadora en radianes, y obtuvieron una gráfica que no tenía sentido.

Es muy importante recalcarles a los alumnos que, aun cuando se les pida dibujar una gráfica aproximada, sigue siendo necesario mostrar las características principales, tales como dominio, recorrido, puntos donde la derivada es cero e intersecciones con los ejes.

Pregunta 3: Progresiones geométricas

En el apartado (a), aunque la mayoría de los alumnos reemplazó bien en la fórmula para la suma de una progresión geométrica y la igualó a 324,8, algunos usaron la fórmula para la suma de infinitos términos y otros pocos, la fórmula para la suma de una progresión aritmética. El error abrumadoramente común radicó en intentar resolver la ecuación por métodos algebraicos, lo cual derivó en que o no llegaran a ningún lado u obtuvieran un resultado incorrecto. La gran mayoría no se percató de la necesidad de utilizar la calculadora gráfica para hallar el valor de r .

En el apartado (b), muchos no obtuvieron punto alguno, porque no habían podido llegar a un resultado en el apartado (a). En general, aquellos que habían obtenido un valor para r en el apartado (a) obtuvieron luego la puntuación máxima en (b). Sin embargo, este fue uno de los lugares en los que más comúnmente se cometieron errores en el redondeo.

Pregunta 4: Distribución normal

En esta pregunta, hubo muchas resoluciones completamente correctas, con buen uso de las fórmulas y de las opciones de la calculadora.

Sin embargo, en el apartado (b), algunos alumnos no reconocieron la necesidad de hallar el valor estandarizado e igualar la ecuación a la probabilidad dada en la pregunta, y consiguientemente obtuvieron un solo punto.

Pregunta 5: Aplicaciones de derivadas e integrales (velocidad, aceleración, desplazamiento)

Esta pregunta fue bien resuelta por muchos alumnos, aunque algunos no reconocieron la relación entre velocidad, aceleración y desplazamiento. Muchos reemplazaron en la expresión original dada para la velocidad, perdiendo así la mayor parte de los puntos. Muy pocos parecen haber utilizado la calculadora gráfica para la integración.

Pregunta 6: Álgebra matricial

En el apartado (a), la mayoría de los alumnos pudo hallar la inversa correcta, utilizando la calculadora, pero algunos no parecían saber de la importancia del orden de las operaciones matriciales, lo cual derivó en errores en el apartado (b). Muchos alumnos operaron con matrices como si se tratara de números reales, y afirmaron que, dado que $A \cdot A^{-1} = I$, entonces $C = B$.

En el intento de hallar la inversa de la matriz sin usar la calculadora gráfica, algunos alumnos se enmarañaron en un laberinto algebraico; la mayoría no tuvo éxito.

Pregunta 7: Probabilidad binomial y condicional

Si bien los alumnos mostraron tener mayor seguridad en el cálculo de probabilidades binomiales que en años anteriores, algunos no reconocieron la naturaleza binomial de la pregunta del apartado (a). Muchos sabían que era necesario trabajar con el complemento, pero a menudo usaron $1 - P(X = 1)$ o $1 - P(X \leq 1)$, en lugar de $1 - P(X = 0)$.

La resolución del apartado (b) fue pobre. Si bien algunos alumnos reconocieron que se trataba de una probabilidad condicional, muy pocos pudieron aplicar bien la fórmula, identificar los sucesos en cuestión y llegar luego al resultado correcto.

Fueron pocos los que pudieron hallar la intersección de los sucesos de manera correcta. Unos cuantos consideraron que el numerador era un producto (p.ej., $P(\text{a lo sumo } 2) \times P(\text{al menos } 1)$), y luego cancelaron los factores comunes con los del denominador. Otros se dieron cuenta de que debían usar $x=1$ y $x=2$, pero multiplicaron las probabilidades correspondientes.

Esta fue la pregunta que con más frecuencia quedó sin responder, en la sección A.

Pregunta 8: Vectores

Si bien un gran porcentaje de alumnos pudo resolver esta pregunta, la mayor dificultad que encontraron fue en el uso de la notación adecuada para representar los vectores y las ecuaciones vectoriales de las rectas.

En general, en el apartado (a), los alumnos hallaron \vec{OB} y \vec{OF} sin dificultad, aunque muchos perdieron el punto de (iii), como consecuencia de un desarrollo deficiente o por no mostrar claramente el resultado.

El apartado (b) fue muy mal resuelto. No todos los alumnos identificaron los vectores que debían usar para escribir las ecuaciones de las rectas. Se observó que, a menudo, no presentaron las ecuaciones en el formato pedido, lo cual impidió que obtuvieran la puntuación máxima. Las notaciones que más se vieron fueron $AG = a + bt$, $r = 4 + t(4, 3, 2)$ o $L = a + bt$.

En el apartado (c), la mayoría llegó al resultado correcto, mientras que muchos otros obtuvieron casi todos los puntos por aplicación del criterio de arrastre del error de haber elegido los vectores incorrectos. Algunos alumnos no indicaron qué vectores habían usado: otro motivo de pérdida de puntos. Algunos emplearon notación inadecuada, usando i , j y k en el desarrollo.

Pregunta 9: Funciones. Planteo y resolución de un sistema de ecuaciones de 3 x 3

El apartado (a) fue bien resuelto, en general; unos pocos alumnos no mostraron la sustitución con suficiente detalle. Algunos reemplazaron 2 en el lugar de x , pero no aclararon que también habían realizado la sustitución de y .

La gran mayoría pudo hallar las dos ecuaciones del apartado (b). Sin embargo, hubo una cantidad significativa de alumnos que no vio que la pendiente de la tangente es cero en un

punto mínimo, obteniendo así la ecuación incorrecta $3a + 2b = 4$. Un número considerable de alumnos contaba solo con dos ecuaciones, lo cual hizo que o bien se les complicara el planteo de la tercera ecuación necesaria para resolver el apartado (c) (y combinaran incorrectamente parte de la información dada en la pregunta), o bien que directamente no lo resolvieran.

Aun habiendo llegado a las tres ecuaciones correctas, muchos utilizaron largos métodos de eliminación, que provocaron errores algebraicos. Se vieron hojas enteras de cálculos que no llevaban a ningún lado.

Generalmente, aquellos que usaron métodos matriciales lo hicieron con éxito.

Pregunta 10: Funciones: derivadas primera y segunda

Este ejercicio parece haberle resultado difícil a la gran mayoría de los alumnos, en particular los apartados (b), (c) y (d).

El apartado (a) fue generalmente resuelto por medio del teorema del coseno, pero muchos cometieron errores al reemplazar en el miembro derecho o se saltaron pasos importantes. Un porcentaje alto no pudo llegar a la expresión dada, debido a una falta de comprensión de las identidades trigonométricas o a errores algebraicos, y trató de forzar el desarrollo para llegar al resultado dado.

Los errores más comunes: tomar la raíz cuadrada demasiado pronto e introducir signos equivocados al distribuir el término negativo, luego de reemplazar $\cos 2\theta$ por $1 - 2\sin^2\theta$.

En el apartado (b), muchos alumnos entendieron lo que se pedía, pero no pudieron hallar la longitud del arco PRQ, principalmente porque sustituyeron el ángulo por θ en lugar de 2θ .

Con respecto al apartado (c), se vieron muchas estrategias válidas para el dibujo de la gráfica de f , que hacían buen uso de la calculadora. Un error común fue hallar una segunda o una tercera solución, fuera del dominio. Una cantidad considerable de gráficas carecían de escala.

Hubo alumnos que llegaron a la ecuación correcta, pero no se dieron cuenta de que podían usar la calculadora para resolverla.

Muy pocos abordaron el apartado (d) y de aquellos que llegaron al resultado correcto, pocos pudieron mostrar el método que había usado.

Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos

- Es preciso alentar a los alumnos a seguir las instrucciones, especialmente las que indican dar la respuesta como valor exacto o con una aproximación de tres cifras significativas. Cuando las respuestas no se redondean a tres cifras significativas, se corre el riesgo de perder puntos. Todavía hay muchos que interpretan que “tres cifras significativas” significa “tres cifras decimales”. Además, se debería alentar a los alumnos

a mostrar el procedimiento, puesto que puede pasar que a las respuestas que tienen 1 o 2 cifras significativas y carecen de desarrollo previo no se les otorgue punto alguno. También se debería tratar de que eviten el redondeo prematuro, ya que puede llevar a respuestas incorrectas.

- Parece haber una tendencia creciente, por parte de algunos alumnos, a no rotular los apartados de las preguntas. Esto dificulta mucho la corrección, dado que el examinador no sabe exactamente qué parte de la pregunta está intentando resolver el alumno. Los profesores deberían alentar a los alumnos a rotular cada apartado de sus respuestas, respetando el rotulado de las preguntas correspondientes, y a utilizar el papel milimetrado solamente para las gráficas y no para la resolución de las preguntas.
- Sigue siendo necesario reforzar la habilidad en el manejo de la calculadora gráfica. Su uso resultaba beneficioso en esta prueba, puesto que había preguntas (o partes de preguntas) que requerían un método gráfico o de calculadora, antes que uno analítico.

Resulta evidente que muchos alumnos, si bien saben usar la calculadora para obtener una gráfica razonable dentro de un dominio dado, no la saben usar para obtener valores precisos para las intersecciones o las raíces, o para ver la relación entre estas y la solución a una ecuación. Además, siguen adoptando estrategias algebraicas, sin tener en cuenta lo complicadas (o imposibles) que pueden resultar, en lugar de buscar una solución mediante la calculadora apenas se dan cuenta de que la ecuación presenta algún grado de dificultad.

- Los profesores también deben recalcarles a sus alumnos la importancia de constatar el modo en que tienen configurada la calculadora, para determinar si están usando grados o radianes cuando trabajan con ángulos y funciones trigonométricas, y que es probable que tengan que pasar de un modo al otro durante el transcurso del examen.
- Hace falta más trabajo que les permita a los alumnos aprender a mostrar el método y el razonamiento – especialmente cuando comunican los pasos en los que han usado la calculadora. Además, escribir la frase “hallado con la calculadora” al lado de un resultado no constituye una explicación satisfactoria; muchos alumnos siguen usando notación propia de la calculadora (p.ej., Binompd).
- Se necesita más ejercitación con preguntas del tipo “compruebe que”, que requieren pasos lógicos y claros. Parte del trabajo realizado en clase debería contemplar este aspecto, y permitirles a los alumnos analizar si una resolución muestra claramente lo que se pide o no.

Comentarios adicionales

Esta prueba pareció haber sido justa y no haber presentado complicaciones, y les permitió a los alumnos mostrar buen desempeño.

Fue evidente que los alumnos se sintieron seguros hasta la pregunta 6, y que había algunas preguntas cuya resolución correcta dependía de un buen manejo del tema.

Resultó gratificante ver que muchos alumnos llegaron al final habiendo intentado resolver todas las preguntas, y que hubo menos espacios “en blanco”.

Los profesores deberían subrayar que, cuando un apartado de la pregunta es continuación del anterior, los alumnos deben buscar conexiones. Esto es particularmente importante cuando la información dada puede ser usada para obtener puntos en un apartado subsiguiente, aun cuando el alumno no haya podido demostrar la validez de la información dada.

Los alumnos deben estar al tanto de los términos de examen empleados en las preguntas; p.ej., “escriba” significa que la respuesta se puede hallar sin realizar ningún procedimiento, mientras que “halle” indica que hay que mostrar el procedimiento.